# משפט השילוש

יהי . נניח שפולינום אופייני מתפרק לגורמים לינארים(לדוגמה ). אזי A דומה למטריצה משולשת.

## כלומר

קיימת כך ש

## הערה

⇦ הם ע"ע של A.

## הוכחה

אינדוקציה לפי n:  
, – מטריצה משולשת.

עם שמתפרק לגורמים לינאריים  
⇦ ל יש לפחות שורש אחד   
⇦ קיים לA לפחות ווקטור עצמי אחד:

נשלים עד לבסיס של : . נתבונן במטריצה של :  
קיימת כך ש

⇦ קיימת כך ש  
מתקיים ⇦ מתפרק לגורמים לינאריים לפי אינדוקציה  
⇦ קיימת כך ש:   
⇦ ל ⇦

# משפט

יהי . נניח שפולינום אופייני מתפרק לגורמים לינאריים. אזי

## הערה

לכל מטריצה.

## הוכחה

אינדוקציה לפי n. , ,

יהי , . קיים כך ש. נשלים עד לבסיס .  
נתבונן ב ולפי אינדוקציה .

מתקיים  *⬄ כי A ו דומות(ומטריצת האפס דומה רק למטריצת האפס)*

### נוכיח ש

*⬄ לכל   
ניקח*

*ניקח   
⇦ ⇦*

מרחב מנה

# הגדרה/בנייה

יהיו V מ"ו מעל ו תת מרחב. נתבונן ביחס שקילות בV:  
ל נסמן (שקולים) אם

(לדוגמה: אם אזי ⬄ )

*נתבונן בקבוצה של מחלקות שקילות: ונסמן קבוצה של כל מחלקות השקילות ע"י*

# משפט

גם מ"ו מעל (שנקרא מרחב המנה של V ביחס לU)

# נגדיר פעולות ע"י:

כאשר

## טענה

זה מגדיר פעולות: כלומר תוצאה לא תלויה בבחירה של הנציגים.

## הערה

– ווקטורים השקולים ל0

# משפט

העתקה היא העתקה לינארית.

## הוכחה

,

## הערה

p היא על.

# משפט

## הוכחה

*⇦ ⬄*

## תוצאה

אם אזי ( - המימד המשלים(co-dimension) של U בתוך V)

# דוגמה

יהי כך ש   
*כלומר  
ו חד חד ערכיים(ועל) כלומר איזומורפיזמים*

## הוכחה – תרגיל

# תרגיל

אם תת-מרחב ו אזי קיים כך ש (W לא חייב להיות יחיד!)

אופרטורים

אם ו תת מרחב T אינוואריאנטי אזי מוגדר אופרטור – לכל נבחר נציג ונמפה

נבדוק שזה באמת מוגדר, כלומר שזה לא תלוי בבחירת הנציג: